**Федеральное государственное образовательное бюджетное**

**учреждение высшего образования  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных и машинного обучения**

**Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной

и методической работе

\_\_\_\_\_\_\_\_Е.А. Каменева

25.04.2023 г.

**Коротеев М.В.**

**Теория алгоритмов**

**Рабочая программа дисциплины**

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

09.03.03 - Прикладная информатика,

ОП «Инженерия данных»,

ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах»

*Рекомендовано Ученым советом   
Факультета информационных технологий и анализа больших данных*

*(протокол №31 от 18.04.2023 г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного*

*Департамента анализа данных и машинного обучения*

*(протокол №2 от 29.03.2023 г.)*

**Москва 2023**

**Содержание**

[1. Наименование дисциплины………………………………………………… 2](#_heading=h.gjdgxs)

[2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине………………………… 2](#_heading=h.30j0zll)

[3. Место дисциплины в структуре образовательных программ……………. 4](#_heading=h.3znysh7)

[4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся………………………………………………………….. 4](#_heading=h.tyjcwt)

[5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий………………………………………………………………………….. 5](#_heading=h.1t3h5sf)

[5.1. Содержание дисциплины………………………………………………..5](#_heading=h.4d34og8)

[5.2. Учебно-тематический план…………………………………………….. 7](#_heading=h.3rdcrjn)

[5.3. Содержание семинаров, практических занятий……………………… 9](#_heading=h.26in1rg)

[6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине………………………………………………… 10](#_heading=h.35nkun2)

[6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы…………. 10](#_heading=h.1ksv4uv)

[6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю……………………………………………………………………. 11](#_heading=h.44sinio)

[7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине………………………………………………… 16](#_heading=h.2jxsxqh)

[8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины…………………………………………………… 24](#_heading=h.4i7ojhp)

[9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины……………………. 25](#_heading=h.4i7ojhp)

[10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.. 27](#_heading=h.2xcytpi)

[11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем…………………………………………………………………………. 27](#_heading=h.1ci93xb)

[12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине………………. 28](#_heading=h.3as4poj)

**1. Наименование дисциплины**

«Теория алгоритмов».

**2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Код компетенции** | **Наименование**  **компетенции** | **Индикаторы**  **достижения**  **компетенции** | **Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции** |
| **ПКН-2** | Способность разрабатывать алгоритмы и программы с использованием современных технологий программирования | Владеет объектно-ориентированным языком программирования на уровне знания синтаксиса и семантики, основ стандартной библиотеки. | **Знать** основы алгебры и геометрии;  **Уметь** строить обоснованные выводы, понимать концепции доказуемости |
| Использует инструментальные средства программирования (IDE, SDK, API, популярные фреймворки и библиотеки). | **Знать**основные понятия теории алгоритмов и основные алгоритмы на графах  **Уметь** применять методы анализа сложности алгоритмов для решения прикладных задач профессиональной деятельности |
| Организовывает кодовую базу, ориентируется в существующем коде, демонстрирует знание общепринятых соглашений и политик в области оформления кода. | **Знать** логику алгоритмов, использующих методы алгебры и геометрии;  **Уметь** применять установленные правила из области алгебры и геометрии в решения задач прикладного содержания |
| Проектирует текстовый, программный или графический интерфейс программной системы исходя из ее назначения. | **Знать** основные приемы оценки сложности программных алгоритмов  **Уметь** оценивать сложность алгоритма по исходному коду, псевдокоду или эквивалентным описаниям |
| **ОП «Инженерия данных»** | | | |
| **ПКП-4** | Способность находить проблемные места при функционировании баз данных и сопряженных элементов информационной системы и оптимизировать их работу | Выполняет мониторинг работы баз данных, сбора статистической информации о работе с БД. | **Знать** основы теории информации, определение информации по Шеннону, через энтропию  **Уметь** использовать теорию информации для описания и математической формализации информационных задач |
| Владеет навыками оптимизации технологий больших данных. | **Знать** основные классы сложности, временные асимптотики алгоритмов, нотацию О-большое  **Уметь** применять анализ временной сложности алгоритмов, оценивать асимптотику времени выполнения алгоритмов |
| Владеет навыками оптимизации управления жизненным циклом данных, при использовании технологий больших данных. | **Знать** асимптотики основных элементарных алгоритмов, основные приемы понижения сложности алгоритмов  **Уметь** проводить алгоритмическую оптимизацию прикладных алгоритмов и программных решений |
| **ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах»** | | | |
| **ПКП-4** | Способен принимать участие в создании ИТ-инфраструктуры, реализовать процесс внедрения программного обеспечения и информационных систем различного уровня сложности и масштабов с использованием стандартов и технологий управления проектами | 1.Демонстрирует знания стандартов и технологий управления проектами внедрений программного обеспечения и информационных систем различного уровня сложности и масштаба | **Знать** основные стандарты и технологии описания алгоритмов и структур данных для разработки программного обеспечения.  **Уметь** применять основные положения теории алгоритмов для создания программного обеспечения и информационных систем |
| 2.Организовывает ИТ-инфраструктуру и реализует процесс внедрения программного обеспечения и информационных систем в экономике и финансах | **Знать** основные понятие разработки и внедрения программного обеспечения  **Уметь**  применять положения теории алгоритмов для разработки прикладных информационных систем в сфере экономики и финансов |
| 3.Владеет навыками внедрения, тестирования и оценки качества программного обеспечения и информационных систем в экономике и финансах | **Знать** основные понятия и инструменты тестирования и оценки качества программного обеспечения, оптимизации алгоритмов по времени и пространству  **Уметь**  проводить анализ и оптимизацию имеющихся алгоритмов и создавать оптимальные алгоритмы для решения прикладных задач |

**3. Место дисциплины в структуре образовательных программ**

Дисциплина «Теория алгоритмов» относится к Общефакультетскому (предпрофильному) циклу дисциплин по направлению подготовки 09.03.03 -Прикладная информатика, ОП «Инженерия данных», ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах».

Для изучения данной дисциплины студент должен обладать базовыми знаниями в области информационных технологий и программирования, навыками программирования.

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся**

**ОП «Инженерия данных»**

**очная форма обучения**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вид учебной работы по**  **дисциплине** | **Всего**  **(в з.е. и часах)** | **Семестр 4**  **(в часах)** |
| **Общая трудоёмкость**  **дисциплины** | 4/144 | 144 |
| ***Контактная работа-***  ***Аудиторные занятия*** | ***50*** | ***50*** |
| Лекции | 16 | 16 |
| Семинары, практические занятия | 34 | 34 |
| ***Самостоятельная работа*** | ***94*** | ***94*** |
| Вид текущего контроля | контрольная  работа | контрольная  работа |
| Вид промежуточной аттестации | экзамен | экзамен |

**ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах»**

**Очная / очно-заочная / заочная (ИОО) формы обучения**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вид учебной работы по**  **дисциплине** | **Всего**  **(в з.е. и часах)** | **Семестр 4**  **(в часах)** |
| **Общая трудоёмкость**  **дисциплины** | 4/144 | 144 |
| ***Контактная работа-***  ***Аудиторные занятия*** | ***50/34/16*** | ***50/34/16*** |
| Лекции | 16/16/4 | 16/16/4 |
| Семинары, практические занятия | 34/18/12 | 34/18/12 |
| ***Самостоятельная работа*** | ***94/110/128*** | ***94/110/128*** |
| Вид текущего контроля | контрольная  работа | контрольная  работа |
| Вид промежуточной аттестации | зачет | зачет |

**5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий**

**5.1. Содержание дисциплины**

***Раздел 1. Основные понятия теории алгоритмов***

1. Понятие алгоритма. Основные характеристики алгоритмов.
2. Понятие сложности алгоритмов. Сложность пространственная и временная. Основные приемы анализа сложности алгоритмов.
3. Асимптотический анализ алгоритмов. Понятие метрики О-большое. Асимптотики различных известных алгоритмов

***Раздел 2. Оптимизационные задачи на графах***

1. Определение графа. Вершины и ребра графа. Графическое представление графа. Ориентированные графы.
2. Путь, цепь и цикл на графе. Связные графы. Эйлеровы цепь и цикл. Задача о кенигсбергских мостах.
3. Матрицы смежности и инцидентности. Дерево. Остовное дерево графа.
4. Алгоритмы поиска остовного дерева минимального веса. Покрытия графов.
5. Динамические графы. Чувствительность оптимизационных задач на графах.
6. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути между двумя вершинами. Модифицированный алгоритм Дейкстры (алгоритм Форда). Наилучшая стратегия размещения капитала как задача о кратчайшем пути.
7. Алгоритмы Флойда и Данцига поиска всех кратчайших путей на графе.

***Раздел 3. Потоковые алгоритмы. Задачи о почтальоне и коммивояжере.***

1. Задача о максимальном потоке в сети. Алгоритм Форда-Фалкерсона.
2. Решение задачи о поиске потока минимальной стоимости.
3. Задача о почтальоне для ориентированного и неориентированного графов.
4. Задача о коммивояжере. Гамильтонов контур. Оптимальный гамильтонов контур. Методы решения задача о коммивояжере.

***Раздел 4. Современные приложения теории алгоритмов.***

1. Знаковые графы и теория структурного баланса. Применение взвешенных орграфов и импульсных процессов для моделирования сложных систем.
2. Моделирование социальных сетей. Малые миры и безмасштабные сети.
3. Дискретные модели финансовых систем. Граф фондового рынка. Модель взаимодействия в межбанковской сети.

**5.2.** **Учебно-тематический план**

**очная форма обучения**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  п/п | **Наименование тем**  **(разделов)**  **дисциплины** | **Трудоёмкость в часах** | | | | | **Формы текущего контроля успеваемости** |
| **Всего** | **Контактная работа -**  **Аудиторная работа** | | | **Самостоятельная работа** |
| Общая, в т.ч.: | Лекции | Семинары, практические занятия |
| 1. | Основные понятия теории алгоритмов | 35 | 12 | 4 | 8 | 23 | Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям. |
| 2. | Оптимизационные задачи на графах | 35 | 12 | 4 | 8 | 23 |
| 3. | Потоковые алгоритмы. Задачи о почтальоне и коммивояжере | 37 | 13 | 4 | 9 | 24 |
| 4. | Современные приложения теории алгоритмов | 37 | 13 | 4 | 9 | 24 |
|  | В целом по дисциплине | 144 | 50 | 16 | 34 | 94 | Согласно учебному плану: контрольная работа |
|  | Итого в % |  | 35 | 32 | 68 | 65 |  |

**очно-заочная форма обучения**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  п/п | **Наименование тем**  **(разделов)**  **дисциплины** | **Трудоёмкость в часах** | | | | | **Формы текущего контроля успеваемости** |
| **Всего** | **Контактная работа -**  **Аудиторная работа** | | | **Самостоятельная работа** |
| Общая, в т.ч.: | Лекции | Семинары, практические занятия |
| 1. | Основные понятия теории алгоритмов | 28 | 8 | 4 | 4 | 20 | Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям. |
| 2. | Оптимизационные задачи на графах | 38 | 8 | 4 | 4 | 30 |
| 3. | Потоковые алгоритмы. Задачи о почтальоне и коммивояжере | 38 | 8 | 4 | 4 | 30 |
| 4. | Современные приложения теории алгоритмов | 40 | 10 | 4 | 6 | 30 |
|  | В целом по дисциплине | 144 | 34 | 16 | 18 | 110 | Согласно учебному плану: контрольная работа |
|  | Итого в % |  | 24 | 47 | 53 | 76 |  |

**заочная форма обучения (ИОО)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  п/п | **Наименование тем**  **(разделов)**  **дисциплины** | **Трудоёмкость в часах** | | | | | **Формы текущего контроля успеваемости** |
| **Всего** | **Контактная работа -**  **Аудиторная работа** | | | **Самостоятельная работа** |
| Общая, в т.ч.: | Лекции | Семинары, практические занятия |
| 1. | Основные понятия теории алгоритмов | 36 | 4 | 1 | 3 | 32 | Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям. |
| 2. | Оптимизационные задачи на графах | 36 | 4 | 1 | 3 | 32 |
| 3. | Потоковые алгоритмы. Задачи о почтальоне и коммивояжере | 36 | 4 | 1 | 3 | 32 |
| 4. | Современные приложения теории алгоритмов | 36 | 4 | 1 | 3 | 32 |
|  | В целом по дисциплине | 144 | 16 | 4 | 12 | 128 | Согласно учебному плану: контрольная работа |
|  | Итого в % |  | 11 | 25 | 75 | 89 |  |

## 

## 5.3. Содержание семинаров, практических занятий

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование тем (разделов) дисциплины** | **Перечень вопросов для обсуждения на практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)** | **Формы проведения занятий** |
| Основные понятия теории алгоритмов | Исследование алгоритмов на асимптотическую сложность.  Решение задач, иллюстрирующих временную и пространственную сложность различных алгоритмов  Рекомендуемые источники: 8.[1], §§1.1-2.2  8.[3], §8.1 | Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок, аудиторная проверочная работа |
| Оптимизационные задачи на графах | Решение задач на графовую оптимизацию. Использование языков программирования и библиотек для реализации оптимизационных алгоритмов на графах.  Рекомендуемые источники: 8.[1], §3.2, §3.4  8.[2], §2.1-2.5; 8.[3] §8.2 | Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок, аудиторная контрольная работа |
| Потоковые алгоритмы. Задачи о почтальоне и коммивояжере | Решение задач о почтальоне и коммивояжере с использование инструментальных средств. Реализация различных алгоритмов.  Рекомендуемые источники: 8.[1], §§10.1-10.4  8.[3], §§8.1-8.2 | Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок |
| Современные приложения теории алгоритмов | Практикум по моделированию графов социальных сетей  Рекомендуемые источники: 8.[1] | Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок |

# 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

## 6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование тем (разделов) дисциплины** | **Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение** | **Формы внеаудиторной самостоятельной работы** |
| Основные понятия теории графов | Математические основы теории алгоритмов. Доказательства сложности задач. Классы сложности. Понятие вычислимости. | Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. |
| Оптимизационные задачи на графах | Математические основы графовой аналитики. Классы сложности оптимизационных задач на графах. | Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. |
| Потоковые алгоритмы. Задачи о почтальоне и коммивояжере | Приближенные алгоритмы решения задач о коммивояжере и сводящихся к ней. | Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. |
| Современные приложения теории графов | Эмпирическая проверка гипотез о сетевых графах | Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. |

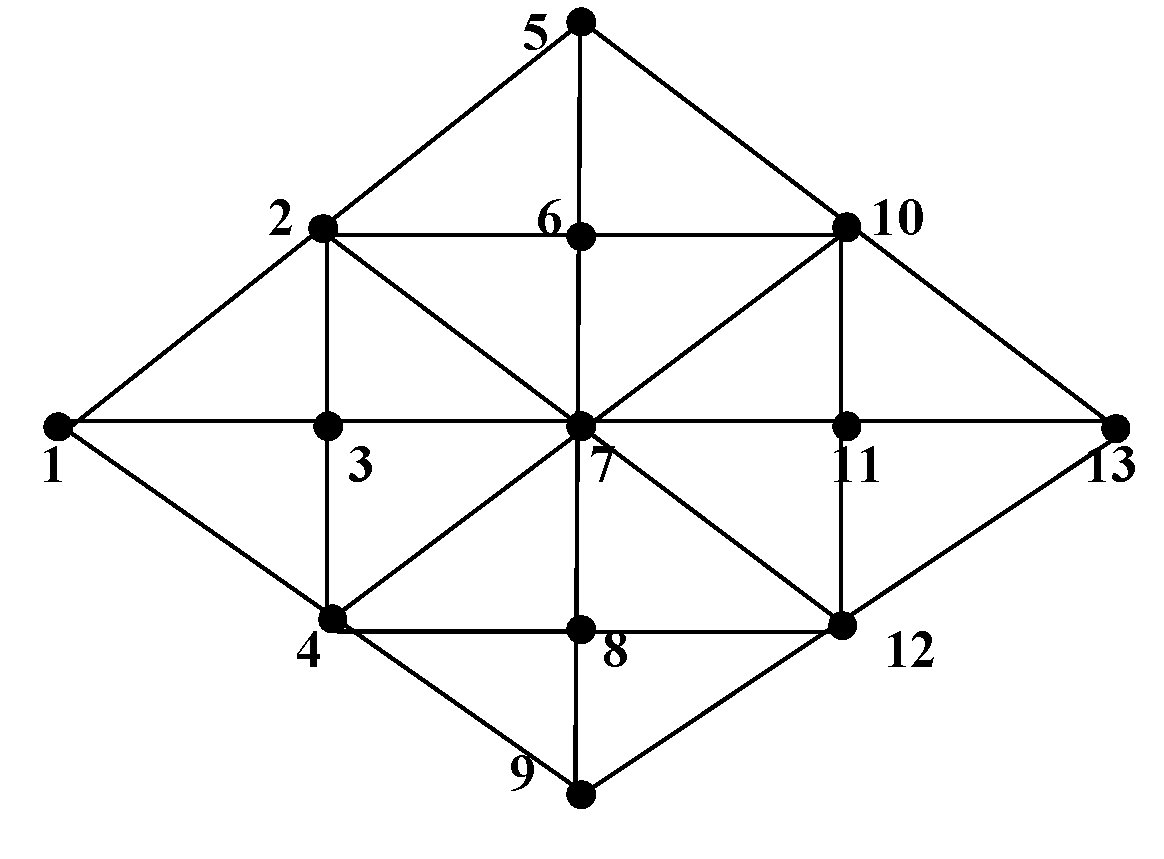
## 

## Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

***Примерные вопросы к контрольной работе***

1. Граф задан множеством вершин *V* = {*a*,*b*,*c*, *d*,*e*, *f* } и множеством ребер *E* = {(*a*,*c*),(*a*, *f* ),(*b*,*c*),(*c*, *d*),(*d*, *f* )}. Нарисуйте этот граф, постройте для него матрицы смежности и инцидентности, списки смежности.
2. В графе 30 вершин и 80 ребер, каждая вершина имеет степень 5 или 6. Сколько в нем вершин степени 5?
3. В графе каждая вершина имеет степень 3, а число ребер заключено между 16 и 20. Сколько вершин в этом графе?
4. Найдите все абстрактные графы с 4 вершинами.
5. Найдите все абстрактные графы с набором степеней а) (2,2,2,3,3,4); б) (2,2,2,3,3,3).
6. Граф *G* имеет множество вершин {1,2,…, *n*}. Число ребер в подграфе, полученном удалением вершины *i* , равно *mi* , *i* = 1,2,…, *n* . Сколько ребер в графе *G* ?
7. Граф имеет *n* вершин и *m* ре ер. Сколько у него различны  
   а) остовных;  
   б) порожденных подграфов?
8. Представьте граф *C*6 как объединение трех графов с множествами вершин {1,2,3,4}, {1,2,5,6}, {3,4,5,6}.  
   Верно ли, что любой граф с 6 вершинами можно представить как объединение трех графов с такими множествами вершин?  
   Верно ли, что любой граф с 6 вершинами можно представить как объединение трех графов с множествами вершин {1,2,3}, {3,4,5}, {5,6,1}?
9. Какой наибольший диаметр может быть у графа с *n* вершинами? Сколько имеется (абстрактных) графов с таким диаметром?
10. Найдите все (с точностью до изоморфизма) графы с 5 вершинами диаметра 3.
11. Может ли радиус графа в результате добавления одного нового ребра а) увеличиться; б) уменьшиться; в) остаться прежним?
12. Найдите все (с точностью до изоморфизма) графы с 5 вершинами радиуса 1.
13. Найдите все (с точностью до изоморфизма) графы с 4 вершинами, имеющие точно одну центральную вершину.
14. Найдите диаметр и радиус графа *C*3×*C*5.
15. Постройте граф пересечений а) граней трехмерного куба; б) ребер графа *K*4.
16. Сколько ребер в графе пересечений ребер графа *Kn*?
17. Граф пересечений семейства интервалов на прямой называют графом интервалов.
18. Какие из следующих графов являются графами интервалов: *C*3, *P*4 , *C*4, *K*4, *C*5, *K*2,3, *K*1,5?
19. Граф пересечений семейства дуг окружности называют графом дуг. Какие из графов предыдущей задачи являются графами дуг?
20. Сколько имеется неориентированных графов с *n* вершинами, в которых допускаются петли?
21. Найдите число ориентированных графов с *n* вершинами, в которых  
     а) возможны петли;  
    б) петель нет;  
    в) петель нет и каждая пара различных вершин соединена не более чем одним ребром;  
    г) возможны петли и каждая пара вершин соединена не более чем одним ребром;  
    д) петель нет и каждая пара различных вершин соединена точно одним ребром.
22. Найдите число графов с *n* вершинами, в которых возможны и ориентированные и неориентированные ребра (но не петли), причем две вершины могут быть соединены не более чем одним ребром.
23. Найдите число неориентированных мультиграфов без петель, в которых для каждой пары вершин имеется не более четырех соединяющих эти вершины ребер.
24. Найдите число графов с *n* вершинами, в которых   
    а) данные *k* вершин являются изолированными (имеют степень 0);   
    б) нет изолированных вершин. Верно ли, что почти все графы не имеют изолированных вершин?
25. Если к графу с *n* – 1 вершиной добавить еще одну вершину и соединить ее ребрами со всеми вершинами нечетной степени, то получится граф с *n* вершинами, в котором степени всех вершин четны. Сколько имеется графов, у которых степени всех вершин четны? Верно ли, что почти все графы имеют вершины нечетной степени?
26. Сколько имеется помеченных графов с *n* вершинами, у которых степень каждой вершины равна 1?
27. Сколько различных помеченных графов можно получить, добавляя одно новое ребро к графу *Cn*?
28. Сколько различных абстрактных графов можно получить, добавляя одно ребро к графу *Cn*?
29. Сколько различных помеченных графов можно получить, добавляя одно ребро к графу *Pn*?
30. Сколько различных абстрактных графов можно получить, добавляя одно ребро к графу а) *P*7? б) *P*8?
31. Сколько различных помеченных графов можно получить, перенумеровывая вершины графа   
    а) *K*1,*q*?  
    б)*P*5?  
    в) *C*5?
32. Сколько ребер в графе с *n* вершинами, если в нем имеется единственный цикл?
33. Перечислите все абстрактные деревья с 6 (7) вершинами.
34. В дереве имеется 40 вершин степени 4, все остальные вершины – листья. Сколько листьев в этом дереве?
35. В дереве имеется ровно три листа *a*, *b*, *c* , причем *d*(*b*, *c*)=21, *d*(*a*,*b*)=37,. *d*(*a*,*c*)=44. Сколько всего вершин в этом дереве?
36. Дерево имеет две центральные вершины, а его радиус равен 6. Чему равен диаметр о дерева?
37. Сколько различных абстрактных двудольных графов можно получить, добавляя одно ребро к графу а)*P*7 ; б) *P*8 ; в) *C*12?
38. Какое наименьшее число ребер нужно удалить из графа *K*8 , чтобы получился двудольный граф?
39. Двудольный граф имеет *k* компонент связности. Каким числом способов его можно разбить на две доли?
40. Сколько существует абстрактных эйлеровых графов с 5 вершинами?

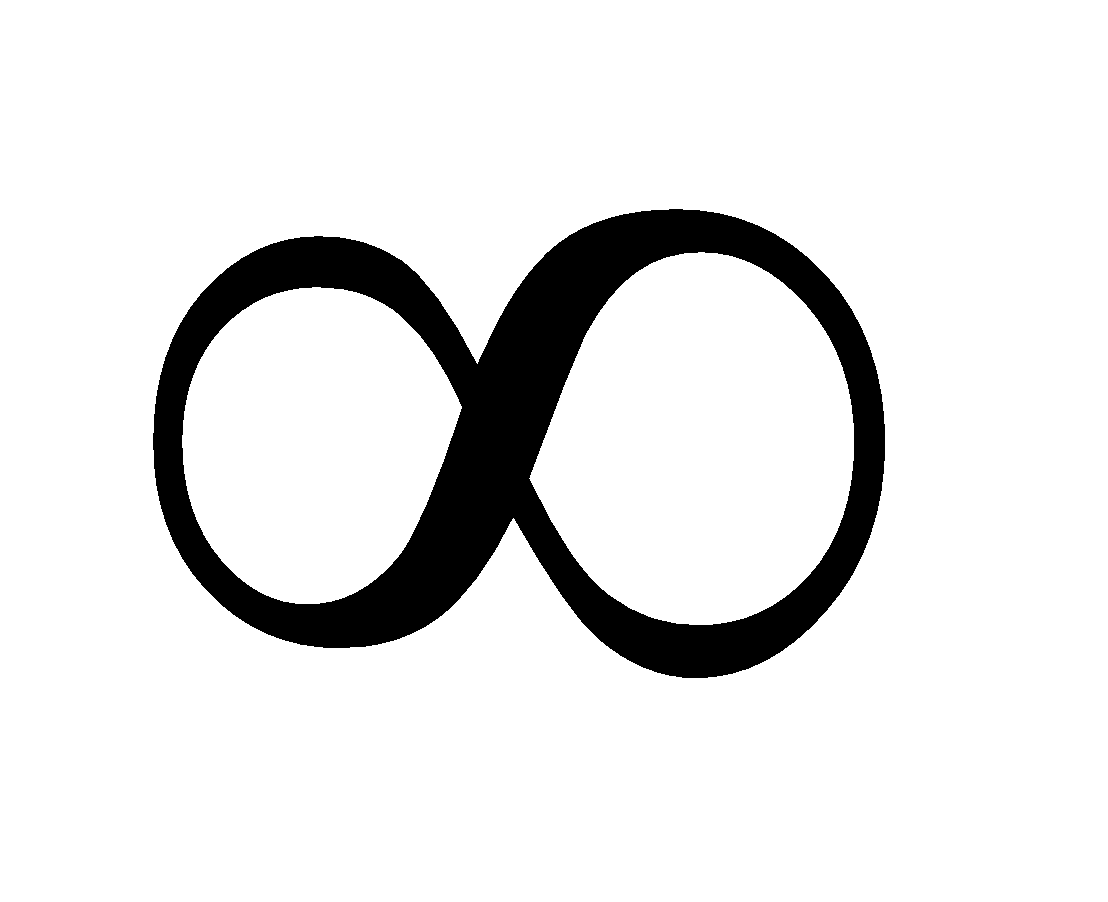
***Примеры заданий для контрольной работы***

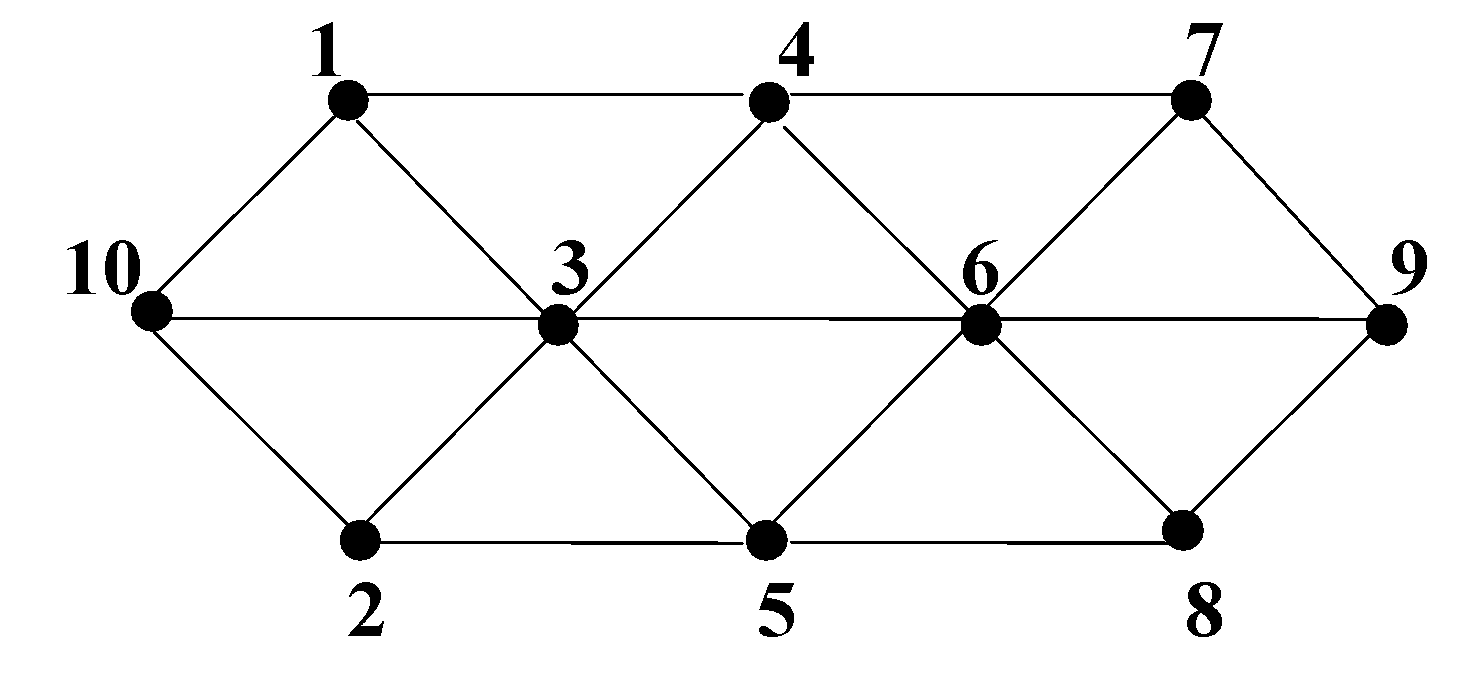
**Задание 1.** Найти основные характеристики графа (эксцентриситеты вершин, степени вершин, матрица смежности, числа вершинной и реберной связности, радиус, диаметр и диаметральную цепь, плотность и неплотность, хроматическое число) по данным, приведённым в таблице для модели графа, представленного рисунком.

| ном.  вар. | Удалить в модели графа вершины | удалить в модели графа рёбра |
| --- | --- | --- |
| 1 | {1;2} | {(4;7);(6;7);(7;8);(7;10);(10;11);(10;13)} |
| 2 | {1;2} | {(6;7);(7;10);(7;12);(10;11);(10;13);(11;12)} |
| 3 | {1;2} | {(6;7);(4;7);(4;8);(7;10);(10;11);(10;13)} |
| 4 | {1;2} | {(6;7);(7;10);(7;12);(8;12);(10;11);(10;13)} |
| 5 | {1;2} | {(4;8);(6;7);(7;8);(7;10);(10;11);(10;13)} |
| 6 | {2;5} | {(3;7);(4;7);(4;8);(4;9);(7;10);(7;11)} |
| 7 | {2;5} | {(3;7);(4;7);(4;8);(4;9);(7;12);(8;12)} |
| 8 | {2;5} | {(3;7);(4;7);(4;8);(4;9);(7;10);(10;11)} |
| 9 | {2;5} | {(3;7);(4;7);(4;8);(4;9);(7;12);(11;12)} |
| 10 | {2;5} | {(3;7);(4;7);(4;8);(4;9);(7;11);(10;11)} |
| 11 | {5;10} | {(2;7);(3;7);(7;11);(7;12);(8;12);(9;12)} |
| 12 | {5;10} | {(4;7);(4;8);(7;11);(7;12);(8;12);(9;12)} |
| 13 | {5;10} | {(2;3);(2;7);(7;11);(7;12);(8;12);(9;12)} |
| 14 | {5;10} | {(3;4);(4;7);(7;10);(7;12);(8;12);(9;12)} |
| 15 | {5;10} | {(2;3);(3;7);(7;11);(7;12);(8;12);(9;12)} |
| 16 | {10;13} | {(1;2);(2;3);(2;7);(6;7);(7;8);(7;12)} |
| 17 | {10;13} | {(1;2);(2;3);(2;7);(3;4);(4;7);(6;7)} |
| 18 | {10;13} | {(1;2);(2;3);(2;7);(6;7);(7;12);(8;12)} |
| 19 | {10;13} | {(1;2);(2;3);(2;7);(4;7);(4;8);(6;7)} |
| 20 | {10;13} | {(1;2);(2;3);(2;7);(6;7);(7;8);(8;12)} |

**Задание 2.**

Найти три неизоморфных остовных дерева графа.

**Задание 3.** Найти остовное дерево минимального веса графа. Вес ребра приведены в таблице, где  – означает отсутствие ребра (хi,хj), а “1” – его наличие, которое необходимо умножить на вес ребра (в таблицах “c. р.” – старший и “м. р” – младший разряды номера варианта).



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | индексы вершин, инцидентных ребру | | | | | | | | | |
| c. р. | 10;1 | 10;2 | 10;3 | 1;3 | 1;4 | 2;3 | 2;5 | 3;4 | 3;5 | 3;6 |
| вар. | вес ребра (усл. ед.) | | | | | | | | | |
|  | 7 | 9 | 12 | 6 | 4 | 6 | 7 | 10 | 7 | 11 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ¥ |
| 3 | 1 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ¥ | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 1 | 1 | ¥ | 1 | 1 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ¥ | 1 | 1 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ¥ | 1 |
| 0 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | индексы вершин, инцидентных ребру | | | | | | | | | |
| м. р. | 4;6 | 4;7 | 5;6 | 5;8 | 6;7 | 6;8 | 6;9 | 7;9 | 8;9 |  |
| вара. | вес ребра (усл. ед.) | | | | | | | | | |
|  | 2 | 6 | 4 | 9 | 8 | 5 | 4 | 3 | 9 |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ¥ | 1 | 1 |  |
| 2 | 1 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| 3 | 1 | 1 | 1 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ¥ | 1 | 1 | 1 |  |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ¥ |  |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| 8 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| 9 | 1 | ¥ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ¥ | 1 |  |

*Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента анализа данных и машинного обучения Факультета информационных технологий и анализа больших данных.*

**7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «**Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».**

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Наименование компетенции** | **Наименование индикаторов достижения компетенции** | **Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции** | **Типовые контрольные задания** |
| Способность разрабатывать алгоритмы и программы с использованием современных технологий программирования (ПКН-2) | Владеет объектно-ориентированным языком программирования на уровне знания синтаксиса и семантики, основ стандартной библиотеки. | **Знать** основы алгебры и геометрии;  **Уметь** строить обоснованные выводы, понимать концепции доказуемости | Какие из следующих графов являются графами интервалов: C3, P4 , C4, K4, C5, K2,3, K1,5? |
| Использует инструментальные средства программирования (IDE, SDK, API, популярные фреймворки и библиотеки). | ***Знать*** основные понятия теории алгоритмов и основные алгоритмы на графах  ***Уметь*** применять методы анализа сложности алгоритмов для решения прикладных задач профессиональной деятельности | Граф K3,5 нужно превратить в эйлеров, изменяя (удаляя и добавляя) ребра. Каково наименьшее число изменений, если разрешается  а) только удалять ребра;  б) только добавлять ребра;  в) и удалять, и добавлять? |
| Организовывает кодовую базу, ориентируется в существующем коде, демонстрирует знание общепринятых соглашений и политик в области оформления кода. | **Знать** логику алгоритмов, использующих методы алгебры и геометрии;  **Уметь** применять установленные правила из области алгебры и геометрии в решения задач прикладного содержания | Степени вершин графа. Теорема о числе вершин нечетной степени. Лемма о рукопожатиях. |
| Проектирует текстовый, программный или графический интерфейс программной системы исходя из ее назначения. | **Знать** основные приемы оценки сложности программных алгоритмов  **Уметь** оценивать сложность алгоритма по исходному коду, псевдокоду или эквивалентным описаниям | Деревья и леса. Остов минимального веса. Алгоритм Краскала. |
| **ОП «Инженерия данных»** | | | |
| Способность находить проблемные места при функционировании баз данных и сопряженных элементов информационной системы и оптимизировать их работу (ПКП-4) | Выполняет мониторинг работы баз данных, сбора статистической информации о работе с БД. | **Знать** основы теории информации, определение информации по Шеннону, через энтропию  **Уметь** использовать теорию информации для описания и математической формализации информационных задач | Степени вершин графа. Теорема о числе вершин нечетной степени. Лемма о рукопожатиях. |
| Владеет навыками оптимизации технологий больших данных. | **Знать** основные классы сложности, временные асимптотики алгоритмов, нотацию О-большое  **Уметь** применять анализ временной сложности алгоритмов, оценивать асимптотику времени выполнения алгоритмов | Матрицы, ассоциированные с графом. Определение изоморфизма в терминах матриц. |
| Владеет навыками оптимизации управления жизненным циклом данных, при использовании технологий больших данных. | **Знать** асимптотики основных элементарных алгоритмов, основные приемы понижения сложности алгоритмов  **Уметь** проводить алгоритмическую оптимизацию прикладных алгоритмов и программных решений | Алгоритм построения эйлерова цикла применяется к графу Pn . Каков будет ответ (содержимое стека С в конце работы алгоритма)? |
| **ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах»** | | | |
| Способен принимать участие в создании ИТ-инфраструктуры, реализовать процесс внедрения программного обеспечения и информационных систем различного уровня сложности и масштабов с использованием стандартов и технологий управления проектами (ПКП-4) | 1.Демонстрирует знания стандартов и технологий управления проектами внедрений программного обеспечения и информационных систем различного уровня сложности и масштаба | **Знать** основные стандарты и технологии описания алгоритмов и структур данных для разработки программного обеспечения.  **Уметь** применять основные положения теории алгоритмов для создания программного обеспечения и информационных систем | Степени вершин графа. Теорема о числе вершин нечетной степени. Лемма о рукопожатиях. |
| 2.Организовывает ИТ-инфраструктуру и реализует процесс внедрения программного обеспечения и информационных систем в экономике и финансах | **Знать** основные понятие разработки и внедрения программного обеспечения  **Уметь**  применять положения теории алгоритмов для разработки прикладных информационных систем в сфере экономики и финансов | Матрицы, ассоциированные с графом. Определение изоморфизма в терминах матриц. |
| 3.Владеет навыками внедрения, тестирования и оценки качества программного обеспечения и информационных систем в экономике и финансах | **Знать** основные понятия и инструменты тестирования и оценки качества программного обеспечения, оптимизации алгоритмов по времени и пространству  **Уметь**  проводить анализ и оптимизацию имеющихся алгоритмов и создавать оптимальные алгоритмы для решения прикладных задач | Алгоритм построения эйлерова цикла применяется к графу Pn . Каков будет ответ (содержимое стека С в конце работы алгоритма)? |

***Примерные задания для подготовки к зачету / экзамену***

1. Граф *K*3,5 нужно превратить в эйлеров, изменяя (удаляя и добавляя) ребра. Каково наименьшее число изменений, если разрешается   
   а) только удалять ребра;   
   б) только добавлять ребра;   
   в) и удалять, и добавлять?
2. Проследите работу алгоритма построения эйлерова цикла на графе *K*4,4. Вершины одной доли имеют номера 1-4, другой – номера 5-8, старт в вершине1. Всякий раз, когда имеется несколько непройденных ребер, по которым можно продолжить движение, выбирается то из них, которое ведет в вершину с наименьшим номером.
3. Алгоритм построения эйлерова цикла применяется к графу *Pn* . Каков будет ответ (содержимое стека *С* в конце работы алгоритма)?
4. Что нужно изменить в алгоритме построения эйлерова цикла, чтобы получился алгоритм построения эйлерова пути в графе с двумя вершинами нечетной степени?
5. Сколь о существует абстрактных графов с 5 вершинами, имеющих гамильтонов цикл?
6. В каких из следующих графов имеется гамильтонов цикл?   
   1) *K*3,3;   
   2) *K*3,4;   
   3) *P*3×*P*3;   
   4) *P*3×*P*4;   
   5) *P*4×*P*4.
7. При каких *p* и *q* в графе *Kp,q* имеется  
   а) гамильтонов цикл?  
   б) гамильтонов путь?
8. При каких *n* существует гамильтонов цикл в графе  
   а) *P*3×*Pn*;  
   б) *P*4×*Pn*?
9. Найдите хроматическое число графов *Kp*,*q*, *Pn*, *Cn*, *Qn* .
10. Найдите хроматическое число графа *C*4×*C*7
11. Для каких из следующих графов алгоритм последовательной раскраски дает точный результат при любом упорядочении вершин: *P*3, *P*4, *C*4, *C*6.
12. Верно ли, что алгоритм последовательной раскраски, примененный к двудольному графу, всегда дает оптимальную раскраску?
13. Найдите хроматический индекс графов *C*6, *C*7, *K*3,3, *K*4,4, *K*4, *K*5.
14. Какие из следующих утверждений верны для любого взвешенного графа?  
    Если в графе имеется единственное ребро наименьшего веса, то оно принадлежит каждому оптимальному каркасу.  
    Если в графе имеются точно два ребра наименьшего веса, то они оба принадлежат каждому оптимальному каркасу.  
    Если в графе имеются точно три ребра наименьшего веса, то все они принадлежат каждому оптимальному каркасу.  
    Каждое ребро минимального веса принадлежит какому-нибудь оптимальному каркасу.
15. Вершины полного графа *Kp,q* размещаются в в целочисленных точках прямоугольника [1, *p*]×[1, *q*]. Вес каждого ребра равен евклидовой длине отрезка, соединяющего вершины этого ребра.  
    Чему равен вес оптимального каркаса для этого графа?  
    Каков будет вес оптимального каркаса, если из графа удалить все ребра длины 1?  
    Каков будет вес оптимального каркаса, если из графа удалить все ребра с длинами 1, 2 и , а *p=q=*8?  
    Каков будет вес оптимального каркаса, если из графа удалить все ребра с длинами 1 и , а *p=q=*8?
16. Каркасы, построенные для некоторого графа с помощью алгоритмов Прима, Краскала и Дейкстры, имеют соответственно веса *a*, *b* и *c*. Какое из следующих соотношений обязательно выполняются для этих чисел?   
    1) *a≥c*; 2) *a=b*; 3) *b≤c*; 4) *b=c*.

***Примерные вопросы для подготовки к зачету / экзамену***

1. Определение графа и его графическое представление. Понятие инцидентности и смежности. Определение графов: полного, двудольного, звезды. Изоморфизм графов. Формулы подсчета число помеченных и непомеченных графов.
2. Части графа: подграф, суграф. Маршруты, цепи, циклы, компоненты. Определение связности графа.
3. Степени вершин графа. Теорема о числе вершин нечетной степени. Лемма о рукопожатиях.
4. Ориентированные графы и мультиграфы. Определение основных понятий.
5. Матрицы, ассоциированные с графом. Определение изоморфизма в терминах матриц.
6. Метрические характеристики графов. Определение расстояния, эксцентриситета, диаметра, радиуса и центра графа.
7. Операции над графами. Дополнительный граф. Стягивание ребра. Расщепление вершин.
8. Инварианты графа. Вектор степеней. Число внешней устойчивости (плотности) графа, число внутренней устойчивости (неплотности) графа. Хроматическое число. Число компонент связности. Клика и число Хадвигера.
9. Деревья и леса. Остов минимального веса. Алгоритм Краскала.
10. Знаковые графы. Понятие структурного баланса и теорема Харари.
11. Обходы. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера.
12. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.
13. Моделирование социальных сетей. Гипотеза о рукопожатиях.
14. Основные понятия и определения в теории алгоритмов.
15. Анализ и оценка алгоритмической сложности.
16. Основные методы описания алгоритмов.
17. Алгоритмические структуры данных.
18. Сортировка данных: классические алгоритмы и их сравнение.
19. Поиск в графах: алгоритмы поиска кратчайшего пути.
20. Динамическое программирование: основные принципы и примеры применения.
21. Жадные алгоритмы: суть и примеры использования.
22. Задача коммивояжера: алгоритмы решения и их сравнение.
23. Максимальный поток в графе: алгоритмы решения и их сравнение.
24. Минимальное остовное дерево: алгоритмы решения и их сравнение.
25. Кодирование данных: основные методы и алгоритмы.
26. Сжатие данных: основные методы и алгоритмы.
27. Хэширование: принципы работы и применение в алгоритмах.
28. Поиск подстроки в строке: алгоритмы и их эффективность.
29. Оптимизация: алгоритмы поиска оптимального решения.
30. Алгоритмы для решения задач комбинаторной оптимизации.

**Пример экзаменационного билета**

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования**

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**(Финансовый университет)**

*Департамент анализа данных и машинного обучения*

*Дисциплина: Теория алгоритмов*

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных*

*Направление подготовки: 09.03.03 – Прикладная информатика*

*Образовательная программа: Инженерия данных*

*20\_\_/20\_\_ учебный год, \_\_\_семестр*

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №\_\_\_**

1. Части графа: подграф, суграф. Маршруты, цепи, циклы, компоненты. Определение связности графа. **(15 баллов)**
2. Ориентированные графы и мультиграфы. Определение основных понятий. **(15 баллов)**
3. Вычислить радиус, диаметр графа, указать центральные и периферийные вершины. **(30 баллов)**

1 2 3 4

5

1

2

3

4

6

7

8



8 7 6 5

Подготовил: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(ФИО)

Заместитель руководителя \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(ФИО)

Дата\_\_\_\_\_\_

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

**а) основная**

1. Кочкаров, А. А. Теория графов и классические задачи прикладной математики в экономике: учебное пособие/ А. А. Кочкаров, Д. В. Яцкин; Финуниверситет. – Москва : Кнорус, 2020. - 248 с. - Текст : непосредственный. – То же. – 2021. – ЭБС BOOK.ru. - URL: https://book.ru/book/940478 (дата обращения: 30.06.2023). – Текст : электронный.
2. Методы принятия управленческих решений: количественный подход: учебное пособие / под общ. ред. А. А. Кочкарова. – Москва : КНОРУС, 2016. — 145 с. – Текст : непосредственный. – То же. – 2020. – ЭБС BOOK.ru. – URL: https://www.book.ru/book/934219 (дата обращения: 30.06.2023). - Текст : электронный.
3. Гисин, В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / В. Б. Гисин ; Финуниверситет. — Москва : Юрайт, 2016. — 383 с. — Текст : непосредственный. — То же. — 2023. — 383 с. — ЭБС Юрайт. — URL: https://urait.ru/bcode/510972 (дата обращения: 30.06.2023). — Текст : электронный.

**б) дополнительная:**

1. Методы оптимальных решений. Практикум: учебное пособие / Финуниверситет ; под ред. В. А. Колемаева, В. И. Соловьева. – Москва : Кнорус, 2017. - 194 с. – Текст : непосредственный. - То же. - 2016. - URL: <https://www.book.ru/book/919909> (дата обращения: 30.06.2023). - Текст : электронный.
2. Лекции по теории графов: учебное пособие для студ. по спец. "Математика", "Прикладная математика" / В. А. Емеличев [и др.] – Москва : Либроком, 2013. - 383 с. - Текст : непосредственный.
3. Теория графов в задачах и упражнениях. Более 200 задач с подробными решениями / В. А. Емеличев [и др.]. – Москва : Либроком, 2013. - 416 с. - Текст : непосредственный.

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Информационно-образовательный портал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации http://portal.ufrf.ru/.
2. Сайт кафедры департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий.
3. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) http://elib.fa.ru/ (http://librarry.fa.ru/files/elibfa.pdf)
4. Электронно-библиотечная система BOOK.RU http://www.book.ru
5. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» http://biblioclub.ru/
6. Электронно-библиотечная система Znanium http://www.znanium.com
7. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» https://urait.ru/
8. Электронно-библиотечная система издательства Проспект http://ebs.prospekt.org/books
9. Электронно-библиотечная система издательства Лань https://e.lanbook.com/
10. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital http://lib.alpinadigital.ru/
11. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников» https://grebennikon.ru/
12. Научная электронная библиотека eLibrary.ru http://elibrary.ru
13. Национальная электронная библиотека http://нэб.рф/
14. International Software Qualifications Board - некоммерческая организация, занимающаяся определением различных принципов развития сферы тестирования ПО https://www.rstqb.org/
15. База знаний о тестирование <https://qalight.ua/ru/baza-znaniy/>
16. Ресурс о тестирование <https://software-testing.ru/>
17. Документация по Pytest <https://pytest-docs-ru.readthedocs.io/ru/latest/index.html>
18. Документация по Pytest <https://docs.pytest.org/en/latest/contents.html>
19. Документация по Selenium <https://www.selenium.dev/documentation/>
20. Документация WebDriver API https://selenium-python.readthedocs.io/api.html

**10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

При изучении теоретического материала необходимо опираться на рабочую программу дисциплины, материалы лекций и литературу из основного списка. Кроме этого, необходимо активно работать с Интернет-источниками и пособиями других авторов, помогающими усвоить материал отдельных разделов программы.

Необходимо конспектировать лекции, помечая сложные и непонятные моменты с тем, чтобы задать вопросы лектору в конце лекции или же на консультации.

При подготовке к семинарским занятиям необходимо изучить вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение, так как семинарские занятия предполагают их обсуждение и дискуссию по теме; кроме того, задания для самостоятельной работы необходимы для того, чтобы успешно выполнить самостоятельные задания на семинарах.

Индивидуальные задания для работы на компьютере, файлы с выполненными заданиями необходимо хранить в личной сетевой папке в компьютерной сети вуза.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем**

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Пакет офисных программ;

2. Антивирус Kaspersky;

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система «Гарант»

2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»

3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» -http://www.skrin.ru/

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

- не используются

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для проведения лекций и практических занятий необходима аудитория, оснащенная проектором и компьютерами с постоянным подключением к сети Интернет.